

The background is decorated with various mathematical symbols and geometric shapes. At the top left, there is a green percentage sign, a yellow number 1, and a green cube. To the right, there is a green cube with dashed lines and a yellow number 5. Below the number 5, there is a green number 3. At the bottom left, there is a green number 0, a green triangle, and a green cube. In the center, there is a purple banner with the text 'CONTENIDOS BÁSICOS DE' and a large blue 'MATEMÁTICA' below it. The text 'Carrera: Ingeniería Agronómica' is centered below the title, followed by 'Facultad de Agronomía – Universidad Nacional de La Pampa' and 'Ingreso 2027'. At the bottom center, there is a purple banner with the text 'Cátedra de Matemática'.

CONTENIDOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA

Carrera: Ingeniería Agronómica

Facultad de Agronomía – Universidad Nacional de La Pampa

Ingreso 2027

Cátedra de Matemática

CONTENIDOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA

Prólogo

La matemática es una herramienta fundamental para la Ingeniería Agronómica, ya que permite abordar de manera precisa y eficiente los desafíos que surgen en el manejo de recursos naturales, la producción agrícola y la gestión empresarial del sector agropecuario. Los conceptos matemáticos no solo ayudan a resolver problemas técnicos, sino que también permiten tomar decisiones estratégicas basadas en datos y proyecciones, optimizando así los procesos tanto en el campo como en la administración de negocios agropecuarios.

Este material tiene como objetivo proporcionar una base sólida en los conceptos fundamentales de la matemática, aplicados a situaciones concretas de las ciencias agronómicas. A través de sus tres unidades, la guía busca desarrollar habilidades matemáticas que resultarán esenciales para el éxito en la formación académica y futura carrera profesional.

En la Unidad 1, se exploran los conjuntos numéricos, desde los números naturales hasta los números reales. Estos conceptos son fundamentales para realizar cálculos y análisis precisos, como aplicación de fertilizantes, rendimiento de cultivos, gestión de recursos hídricos, entre otros. La correcta interpretación de estos números y sus operaciones es vital para lograr decisiones óptimas en el manejo agronómico.

La Unidad 2 introduce las expresiones algebraicas, que son esenciales para simplificar y resolver problemas vinculados con la planificación y optimización en el uso de los recursos. Los casos de factorización y las operaciones con expresiones fraccionarias permiten modelar situaciones como la maximización del rendimiento en establecimientos agropecuarios o la optimización en el uso de insumos, entre otras aplicaciones.

En la Unidad 3, se aborda la resolución de problemas a través de situaciones que involucran porcentajes y proporcionalidad. Estos contenidos permiten resolver problemas relacionados con variaciones porcentuales, relaciones entre cantidades, costos, rendimientos, producción, comercialización y otras situaciones propias del ámbito agropecuario.

Se espera que esta guía no solo ayude a mejorar las habilidades matemáticas sino que también permita ver cómo estos conceptos son aplicables en la agronomía, ayudando a tomar decisiones más informadas y eficientes en la futura labor como profesional. Cada ejercicio está diseñado para brindar una comprensión práctica y aplicable a las situaciones que se enfrentarán en el ejercicio profesional.

ÍNDICE

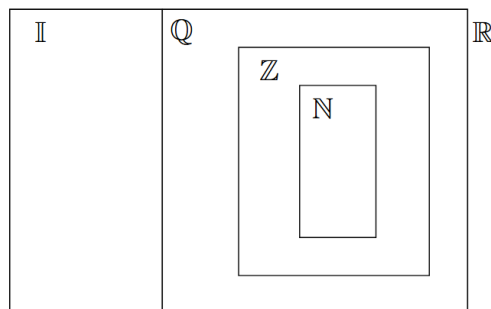
Prólogo	1
ÍNDICE	2
Unidad 1: Conjuntos numéricos	3
Números reales	3
Potenciación. Propiedades.	4
Radicación. Propiedades.	5
Operaciones entre fracciones	6
Solución de ecuaciones lineales	9
Intervalos	10
Valor absoluto	12
Notación científica	13
Respuestas	13
Unidad 2: Expresiones Algebraicas	16
Expresiones algebraicas	16
Monomios y polinomios	17
Suma y resta de polinomios	18
Factorización	19
Respuestas	21
Unidad 3: Resolución de problemas	24
Porcentaje	24
Proporcionalidad	24
Respuestas	26
Bibliografía	28

Unidad 1: Conjuntos numéricos

Números reales

Los números reales están integrados por los siguientes conjuntos numéricos: **naturales** ($\mathbb{N}$), **enteros** ($\mathbb{Z}$), **racionales** ($\mathbb{Q}$) e **irracionales** ($\mathbb{I}$).

Con la letra $\mathbb{R}$ representamos al conjunto de los números **reales**. Para indicar que a es un número real, es decir, que a pertenece al conjunto de los números reales, escribimos $a \in \mathbb{R}$.



Recordemos que:

- Los números naturales son aquellos que sirven para contar. Por ejemplo: 1, 2, 3, $\frac{16}{4}$.
- Los números enteros están integrados por $\mathbb{N}$, cero y los opuestos de $\mathbb{N}$. Por ejemplo: -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; $\frac{16}{4}$.
- Los números racionales son aquellos que se pueden escribir como cociente de números enteros, con denominador distinto de cero. Por ejemplo: -104; -5; 0; $\frac{3}{5}$; $-\frac{1}{2}$; 0, $\overline{7}$; 0, $\overline{253}$; 0,65; 112.
- Los números irracionales son aquellos que no se pueden escribir como cociente de números enteros. Su expresión decimal es infinita y no periódica. Por ejemplo: e ; π ; $\sqrt{5}$; $2 + \sqrt[7]{-3}$; $-\sqrt{2}$; 0,234129826...

El conjunto de los reales es la unión del conjunto de los números racionales y el conjunto de los números irracionales. Notación: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.

Ejercicio 1. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y **justifique** las respuestas:

- $\frac{2}{3}$ es un elemento de $\mathbb{Z}$
- $-\frac{1}{3}$ es un elemento de $\mathbb{Q}$
- 2,9 es un número racional

- d) $\frac{a}{b}$ para cualquier a y b enteros es un número racional
- e) -6 es un elemento de $\mathbb{Z}$, pero no un elemento de $\mathbb{N}$
- f) π es un elemento de $\mathbb{R}$, pero no es un elemento de $\mathbb{Q}$
- g) Todo número irracional es un número real
- h) Todo número entero es un número racional
- i) Existen números decimales que no son reales
- j) Hay números reales que son racionales e irracionales simultáneamente
- k) Todo porcentaje puede expresarse como decimal
- l) Todo porcentaje es un número real.

Ejercicio 2. Marque con una cruz todos los conjuntos numéricos a los que pertenece cada número.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$	$\mathbb{R}$
28% de 2.850					
$\frac{\sqrt[3]{27}}{2}$					
$-\pi$					
$(7)^{\frac{1}{3}}$					
$\frac{9}{3}$					

Ejercicio 3. Ordene de menor a mayor los siguientes números reales:

$$-\frac{1}{4}, \quad 10^{-1}, \quad \pi, \quad \sqrt{2}, \quad -3, \quad 1,\overline{5}, \quad \sqrt{5}, \quad \frac{5}{5}$$

Potenciación. Propiedades.

Si $a \in \mathbb{N}$ y $n \in \mathbb{N}$, definimos la potencia n -ésima de a como:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces } a}$$

donde número a se llama base de la potencia y n es el exponente.

En general, si $a, b \in \mathbb{R}$ tenemos las siguientes propiedades de la potenciación.

Propiedad	Ejemplo
$a^0 = 1$ con $a \neq 0$	$(-5)^0 = 1$
$a^1 = a$	$23^1 = 23$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ con $n, m \in \mathbb{R}$	$4^2 \cdot 4^{-3} = 4^{2+(-3)} = 4^{-1}$
$a^n : a^m = a^{n-m}$ con $a \neq 0$ y $n, m \in \mathbb{R}$	$7^8 : 7^5 = 7^{8-5} = 7^3$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(4^5)^2 = 4^{5 \cdot 2} = 4^{10}$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$
$(a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ con $b \neq 0$	$(2 : 3)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ con $a \neq 0$ y $b \neq 0$	$\left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$

Observación: $(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$. Por ejemplo, $(4 - 7)^2 = 9$ es distinto a $4^2 - 7^2 = -33$.

Radicación. Propiedades.

Por otro lado, para $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$, definimos la raíz n -ésima de a como:

- para n impar: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$;
- para n par y $a \geq 0$: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ y $b \geq 0$.

Donde n es el índice de la raíz, a es el radicando y b es la raíz.

De la definición de raíz n -ésima resulta que, si n es par,

$$\sqrt[n]{a^n} = |a|.$$

Por ejemplo, para $a = -5$ y $n = 2$ se tiene que $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$.

Propiedad	Ejemplo
$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{m/n}$ con $a > 0$, $m \in \mathbb{Z}$ y $n \neq 1$	$\sqrt[3]{27^{-4}} = (\sqrt[3]{27})^{-4} = 27^{-4/3}$
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt[5]{(-3)} \cdot \sqrt[5]{6} = \sqrt[5]{(-3) \cdot 6}$
$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$ con $b \neq 0$	$\sqrt[5]{(-3)} : \sqrt[5]{6} = \sqrt[5]{(-3) : 6}$
$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[6]{8}} = \sqrt[18]{8}$

Observación: $\sqrt[n]{a \pm b} \neq \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$. Por ejemplo, $\sqrt{4 - 49} = \sqrt{-45}$ no existe en el conjunto de los números reales pero $\sqrt{4} - \sqrt{49} = 2 - 7 = -5$.

Ejercicio 4. Indique Verdadero (V) o Falso (F). En caso de que sean falsas, **indique** cuál sería el resultado correcto.

- a) $(-2)^2 = 4$
b) $-2^2 = 4$
c) $(-2)^2 = -2^2$
d) $3^{-1} = -\frac{1}{3}$

Ejercicio 5. Las igualdades indicadas a continuación no son correctas. **Encuentre** el error en cada procedimiento y **halle** el resultado correcto.

- a) $-2 \cdot (10 - 4 \cdot 2) = -2 \cdot (6 \cdot 2) = -2 \cdot 12 = -24$
b) $\frac{-3^2 + 2^{-1}}{-3^3} = \frac{9 + \frac{1}{2}}{-27} = \frac{\frac{19}{2}}{-27} = \frac{19}{2} : -27 = \frac{19}{54}$

Operaciones entre fracciones

Las operaciones entre números racionales se presentan a seguir:

Operación	Ejemplo
Suma/Resta Para sumar/restar fracciones con el mismo denominador, se suman/restan los numeradores y se conserva el denominador:	$\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2+4}{3} = \frac{6}{3} = 2$ $\frac{2}{3} - \frac{4}{3} = \frac{2-4}{3} = -\frac{2}{3}$

$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$ Para sumar/restar fracciones con denominadores diferentes, se busca un denominador común y se suman/restan los numeradores. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm c \cdot b}{b \cdot d}$	$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 5}{5 \cdot 7} = \frac{14 + 15}{35} = \frac{29}{35}$ $\frac{2}{5} - \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 - 3 \cdot 5}{5 \cdot 7} = \frac{14 - 15}{35} = -\frac{1}{35}$
Multiplicación o Producto Para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{2}{7} \cdot \frac{15}{4} = \frac{2 \cdot 15}{7 \cdot 4} = \frac{30}{28} = \frac{15}{14}$
División o Cociente Para dividir fracciones, se cambia el signo de división por el de producto, se invierte la segunda fracción y se multiplica. $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{2}{11} : \frac{5}{7} = \frac{2}{11} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 7}{11 \cdot 5} = \frac{14}{55}$

Ejercicio 6. Resuelva las siguientes operaciones combinadas, simplificando y utilizando propiedades enunciadas en cuadros, siempre que sea posible.

a) $\left(1 - \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{3}{4} + 2^{-1} - \sqrt{\frac{1}{25}}$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + \frac{3}{10} : 4^{-1} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{10}{3}}$

c) $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{12}} + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{5} : 2 - \frac{2}{5}\right)^{-1}$

d) $\sqrt[3]{2^{-3} + \frac{13}{4}} - \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{3}{8}\right)^{-1} : 4$

Ejercicio 7. Simplifique y elimine cualquier exponente negativo.

a) $\frac{(4 \cdot a \cdot b \cdot c)^{-2}}{a^{-4} \cdot b^{-1} \cdot c^5}$

b) $\left(\frac{-1x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-6} \cdot z^{\frac{1}{5}}}\right)^5$

c) $\frac{(x+y)^{-1}}{(x+y)^2}$

d) $\frac{a^4 \cdot \left(x^{\frac{1}{5}}\right)^{-5} \cdot b^{\frac{3}{4}} \cdot c^2}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{2}{8}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot c^4}$

Ejercicio 8. Marque con una cruz la/s expresión/es que se corresponda/n con la situación planteada. **Justifique** su respuesta (con procedimientos, cálculos, aludiendo a la propiedad que se cumple, etc.).

a) $\sqrt{x \cdot y}$

b) Expresión cuyo resultado es un número racional ($\mathbb{Q}$)

☐ $\left(\frac{1}{xy}\right)^{-2}$

☐ $(\sqrt{3} + \sqrt{7})^2$

☐ $(xy)^2$

☐ $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$

☐ $(xy)^{\frac{1}{2}}$

☐ $(\sqrt{3} + \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{7})$

☐ $x \cdot y^{\frac{1}{2}}$

☐ $\sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$

c) Expresiones equivalentes a

$$\frac{\sqrt[4]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a}}}{\sqrt[12]{\frac{a}{b}}}$$

d) Expresiones equivalentes a

$$\frac{a}{b} \cdot x = c$$

☐ $\frac{a}{b}$

☐ $x = c \cdot \frac{a}{b}$

☐ $\frac{b}{a}$

☐ $x = c : \frac{b}{a}$

☐ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{6}}$

☐ $x = \frac{b}{a} : c$

☐ $\sqrt[6]{\frac{b}{a}}$

☐ $x = c \cdot \frac{b}{a}$

e) Expresiones equivalentes a $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$

f) Fracción correspondiente a 37,5%

☐ $a \cdot x = b \cdot c$

☐ $\frac{37}{100}$

☐ $a \cdot c = b \cdot x$

☐ $\frac{3}{8}$

☐ $a \cdot b = c \cdot x$

☐ $\frac{12}{32}$

☐ $x = \frac{a \cdot c}{b}$

☐ $\frac{25}{67}$

Ejercicio 9. Complete con $<$, $>$ o $=$ según corresponda.

a) π 3, 15

b) -6 -10

c) $\frac{10}{11}$ $\frac{12}{13}$

d) 8 $\sqrt{64}$

e) $\sqrt[3]{-2}$ $\sqrt[3]{2}$

Ejercicio 10. Si $x < 0$ e $y > 0$, **complete** con “ $>$ ” o “ $<$ ” en las siguientes expresiones.

a) $x \cdot y$ 0

b) $x - y$ 0

c) x^2 0

d) $y - x$ 0

e) $x^2 \cdot y$ 0

f) $x(x - y)$ 0

Ejercicio 11. Escriba los siguientes enunciados como desigualdades.

a) x es positivo

b) y es no negativo

c) a es menor que -3

d) x menos 1 es menor o igual que 5

e) z está comprendido entre -2 y 4

f) a es a lo sumo 15

Solución de ecuaciones lineales

Una ecuación es un enunciado donde dos expresiones matemáticas son iguales. Una ecuación, por ejemplo, es:

$$3 + 5 = 8$$

Casi todas las ecuaciones que estudiamos en álgebra contienen variables, que son símbolos que representan números. En la ecuación

$$4x + 7 = 19$$

la letra x es la variable. Consideramos x como la incógnita de la ecuación, y nuestro objetivo es hallar el valor de x que haga que la ecuación sea verdadera. Los valores de la incógnita que hagan que la ecuación sea verdadera se denominan soluciones, y el proceso de hallar las soluciones se llama resolver la ecuación.

Por ejemplo, despejar x en la ecuación $\frac{3\sqrt{2x+4}}{5} = 12$.

- **Paso 1: Eliminar la división.** Como la expresión está dividida por 5, multiplicamos ambos miembros por 5:

$$5 \cdot \frac{3\sqrt{2x+4}}{5} = 12 \cdot 5$$

$$3\sqrt{2x+4} = 60$$

- **Paso 2. Eliminar el producto.** Dividimos ambos miembros por 3:

$$\frac{3\sqrt{2x+4}}{3} = \frac{60}{3}$$

$$\sqrt{2x+4} = 20$$

- **Paso 3. Eliminar la raíz.** Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$(\sqrt{2x+4})^2 = 20^2$$

$$2x + 4 = 400$$

- **Paso 4. Eliminar la suma.** Restamos 4 a ambos miembros:

$$2x + 4 - 4 = 400 - 4$$

$$2x = 396$$

- **Paso 5. Eliminar el producto.** Dividimos ambos miembros por 2:

$$\frac{2x}{2} = \frac{396}{2}$$

$$x = 198$$

Para la comprobación sustituimos $x = 198$ en la ecuación original:

$$\frac{3\sqrt{2 \cdot 198 + 4}}{5} = \frac{3\sqrt{400}}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5} = 12$$

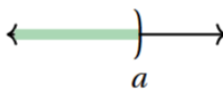
Por lo tanto, $x = 198$ es la solución.

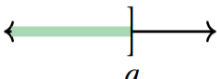
Ejercicio 12. Escriba en lenguaje simbólico los siguientes enunciados.

- El peso p que transporta el ascensor debe ser menor que 275 kg.
- Para ganar el premio, la cantidad de discos vendidos d no debe ser inferior a 100.000.
- Para abrir la cuenta hay que depositar un capital c de al menos \$2.000.
- El número de inscriptos i no puede exceder al de vacantes v .
- Para subir al juego, la altura h debe ser superior a 0,80 m.

Intervalos

Los intervalos son subconjuntos del conjunto de números reales que tienen una forma particular de expresarse. En la siguiente tabla presentamos los distintos tipos de intervalos, su notación de conjunto y su representación en la recta numérica.

Intervalo	Notación de intervalo	Notación de conjunto	Gráfica
Abierto	$(a; b)$	$\{x: x \in \mathbb{R} \wedge a < x < b\}$	
	$(-\infty; a)$	$\{x: x \in \mathbb{R} \wedge x < a\}$	

	$(a; \infty)$	$\{x: x \in \mathbb{R} \wedge a < x\}$	
Cerrado	$[a; b]$	$\{x: x \in \mathbb{R} \wedge a \leq x \leq b\}$	
	$(-\infty; a]$	$\{x: x \in \mathbb{R} \wedge x \leq a\}$	
	$[a; \infty)$	$\{x: x \in \mathbb{R} \wedge a \leq x\}$	
Semiabierto a derecha o Semicerrado a izquierda	$[a; b)$	$\{x: x \in \mathbb{R} \wedge a \leq x < b\}$	
Semiabierto a izquierda o Semicerrado a derecha	$(a; b]$	$\{x: x \in \mathbb{R} \wedge a < x \leq b\}$	

Ejercicio 13. Indique a qué intervalos representan los siguientes conjuntos numéricos.

- a) $A = \{x: x \in \mathbb{R} / x > 2\}$
- b) $B = \{x: x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 3\}$
- c) $C = \{x: x \in \mathbb{R} / x < 2\}$
- d) $D = \{x: x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 3\}$
- e) $E = \{x: x \in \mathbb{R} / 3 \leq x\}$
- f) $F = \{x: x \in \mathbb{R} / x > -1\}$

Ejercicio 14. Escriba los siguientes intervalos como desigualdades.

- a) $[0; \infty)$
- b) $[-1; 5]$
- c) $(-2; \frac{1}{2})$

d) $(-\infty; 1)$

e) $(-2; 2)$

f) $(-\infty; -3]$

Ejercicio 15. Indique cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

a) $\sqrt{2} \in [0; 1,41]$

b) $0 \in (0; 1)$

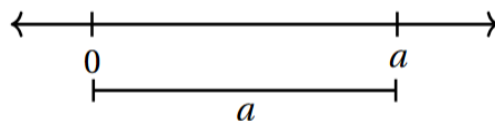
c) $\pi \in [-3,15; 3,15]$

d) $1 \in (0; 1]$

e) $0,5 \in (0; \infty)$

Valor absoluto

El valor absoluto de un número real se asocia con la distancia entre dicho número y el origen. Al valor absoluto de $a \in \mathbb{R}$ se nota como $|a|$ y, gráficamente, se presenta como:



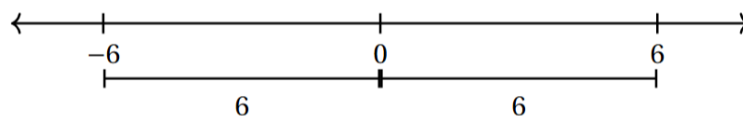
La definición formal de valor absoluto está dada por:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Por ejemplo, si se toma a como 6, 0 y -6 se tiene, respectivamente,

$$|6| = 6 \quad |0| = 0 \quad |-6| = -(-6) = 6$$

El valor absoluto de un número no tiene en cuenta el sentido, es decir, si se encuentra a la derecha o a la izquierda del origen. En particular, 6 y -6 se encuentran a seis unidades del origen.



Ejercicio 16. Represente en una recta numérica los siguientes conjuntos de números reales.

a) Cuatro números racionales no enteros tales que su valor absoluto sea mayor que 2.

b) Los números $3; -2; -|3|; -|-5,5|$ y $|-(2)|$.

Notación científica

La representación en notación científica de un número real no nulo tiene la forma $a \cdot 10^n$ donde a es un número real tal que $1 \leq |a| < 10$ y n es un número entero. En otras palabras, a puede ser positivo o negativo, pero su valor absoluto debe ser mayor o igual que 1 y menor que 10. Veamos los siguientes ejemplos:

$$33.500 = 3,35 \times 10^4 \qquad 120.000 = 1,2 \times 10^5 \qquad -0,001003 = -1,003 \times 10^{-3}$$

Ejercicio 17. Expresa en notación científica los siguientes números.

- a) 3600
- b) 145.000
- c) 0,0079
- d) 0,000184
- e) 76.000.000

Ejercicio 18. Si las áreas en km^2 de las regiones que constituyen el territorio Argentino son las siguientes:

- Región Continental = $3,76 \times 10^6 km^2$
- Región Antártica e Insular = $9,64 \times 10^5 km^2 =$

Expresa en notación científica el área total de nuestro país.

Respuestas

Ejercicio 1.

- | | |
|--|---|
| a) Falsa. $2/3$ es un Racional. | b) Verdadera. |
| c) Verdadera. | d) Falsa, pues b no puede ser 0. |
| e) Verdadera. | f) Verdadera. |
| g) Verdadera. | h) Verdadera. |
| i) Falsa. Los números decimales pueden ser racionales o irracionales. Por lo tanto son reales. | j) Falso. Los conjuntos de los números racionales e irracionales son disjuntos. |
| k) Verdadera. | l) Verdadera. |

Ejercicio 2.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$	$\mathbb{R}$
28% de 2850	x	x	x		x
$\frac{\sqrt[3]{27}}{2}$			x		x
$-\pi$				x	x
$(7)^{\frac{1}{3}}$				x	x
$\frac{9}{3}$	x	x	x		x

Ejercicio 3. -3 ; $-\frac{1}{4}$; 10^{-1} ; $\frac{5}{5}$; $\sqrt{2}$; $1, \overline{5}$; $\sqrt{5}$; π

Ejercicio 4. a) V b) F c) F d) F

Ejercicio 5.

- a) El error se encuentra dentro del paréntesis, pues no se separa en términos para operar. El resultado correcto es -4 .
- b) El error está al calcular $-3^2 = 9$. Pues $-3^2 = -9$. El resultado correcto es $\frac{17}{54}$.

Ejercicio 6.

- a) $-\frac{1}{5}$ b) $\frac{107}{60}$ c) $-\frac{145}{18}$ d) $-\frac{49}{12}$

Ejercicio 7.

- a) $\frac{a^2}{16 \cdot b \cdot c^7}$ b) $-\frac{x^{\frac{5}{6}} \cdot y^{30}}{z}$ c) $\frac{1}{(x+y)^3}$ d) $\frac{a^{\frac{7}{2}} \cdot b}{x^{\frac{4}{3}} \cdot c^2}$

Ejercicio 8.

a) $\sqrt{x \cdot y} = (x \cdot y)^{\frac{1}{2}}$

b) La expresión cuyo resultado es un número racional ($\mathbb{Q}$) es

$$(\sqrt{3} + \sqrt{7})(\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 3 - 7 = -4$$

c) $\frac{\sqrt[4]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a}}}{\sqrt[12]{\frac{a}{b}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{b}{a}}$

d) $x = c \cdot \frac{b}{a}$

e) $a \cdot c = b \cdot x \Rightarrow x = \frac{a \cdot c}{b}$

f) $\frac{3}{8} = \frac{12}{32}$

Ejercicio 9.

a) $\pi < 3,15$ b) $-6 > -10$ c) $\frac{10}{11} < \frac{12}{13}$ d) $8 = \sqrt{64}$ e) $\sqrt[3]{-2} < \sqrt[3]{2}$

Ejercicio 10.

a) $x \cdot y < 0$ b) $x^2 > 0$ c) $x^2 \cdot y > 0$
d) $x - y < 0$ e) $y - x > 0$ f) $x \cdot (x - y) > 0$

Ejercicio 11.

a) $x > 0$ b) $y \geq 0$ c) $a < -3$
d) $x - 1 \leq 5$ e) $-2 < z < 4$ f) $a \leq 15$

Ejercicio 12.

a) $p < 275$ b) $d \geq 100.000$ c) $c \geq 2000$
d) $i \leq v$ e) $h > 0,80$

Ejercicio 13.

a) $(2; \infty)$ b) $(-2; 3]$ c) $(-\infty; 2)$
d) $[-2; 3]$ e) $[3; \infty)$ f) $(-1; \infty)$

Ejercicio 14.

a) $x \geq 0$ b) $-1 \leq x \leq 5$ c) $-2 < x < \frac{1}{2}$
d) $x < 1$ e) $-2 < x < 2$ f) $x \leq -3$

Ejercicio 15.

a) F b) F c) V d) V e) V

Ejercicio 16.

a) $3,6 \times 10^3$ b) $1,45 \times 10^5$ c) $7,9 \times 10^{-3}$
d) $1,84 \times 10^{-4}$ e) $7,6 \times 10^7$

Ejercicio 17. $4,724 \times 10^6 km^2$

Unidad 2: Expresiones Algebraicas

Expresiones algebraicas

Una **variable** es una letra que puede representar cualquier número tomado de un conjunto numérico determinado. Si trabajamos con variables, por ejemplo x , y y z , con números reales, y las combinamos mediante operaciones como suma, resta, multiplicación, división, potencias y raíces, obtenemos una **expresión algebraica**. Veamos a continuación algunos ejemplos:

$$x^2 - 2 + 3x \quad \sqrt{x} + 10 \quad \frac{y-2x}{y^2+4}$$

Ejercicio 1. Asocie a cada uno de los siguientes enunciados una de las expresiones algebraicas.

- | | |
|---|---------------------|
| a) El doble de un número más su cuadrado. | $4x - \frac{2}{3}x$ |
| b) Un múltiplo de 3 menos 1. | $0, 2x$ |
| c) 4 veces un número menos sus dos terceras partes. | $2x$ |
| d) El 20% de un número. | $x^2 + 1$ |
| e) Un número par. | $3x - 1$ |
| f) Un número impar. | $2x + x^2$ |
| g) El cuadrado de un número aumentado en 1 | $2x + 1$ |

Ejercicio 2. Traduzca al lenguaje algebraico utilizando una sola incógnita.

- a) Las tres quintas partes de un número menos 1.
- b) La suma de tres números consecutivos.
- c) Un múltiplo de 3 más su doble.
- d) El producto de un número por su siguiente.
- e) Un número par más 3.

Ejercicio 3. Traduzca al lenguaje algebraico utilizando dos incógnitas.

- a) Un número más la mitad de otro.
- b) El cuadrado de la suma de dos números.

- c) La suma de los cuadrados de dos números.
- d) La diferencia de los cuadrados de dos números.
- e) El doble del producto de dos números.

Ejercicio 4. Llame x al ancho de la pizarra e y a su altura y **exprese**, en cada caso,

- a) la altura es la mitad del ancho.
- b) la altura es 20 cm menos que el ancho.
- c) la altura es tres cuartos del ancho.
- d) la altura es un 20% menor que su ancho.
- e) el área de la pizarra.
- f) el perímetro de la pizarra.



Monomios y polinomios

Un **monomio** es una expresión algebraica de la forma $a \cdot x^n$, donde a es un número real y n es un entero no negativo. Un **binomio** es la suma de dos monomios, mientras que un **trinomio** es la suma de tres monomios.

En general, una suma de monomios se denomina **polinomio**. Un polinomio en la variable x es una expresión de la forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 x^0$$

donde $a_0, a_1, \dots, a_n$ son números reales y n es un entero no negativo. Si $a_n \neq 0$, entonces el polinomio tiene **grado** n . Los monomios que conforman el polinomio reciben el nombre de **términos del polinomio**.

El grado de un polinomio es la mayor potencia de la variable que aparece en él. A continuación se muestran algunos ejemplos de polinomios.

Polinomio	Tipo	Términos	Grado
$2x^2 - 3x + 4$	Trinomio	$2x^2$; $3x$; 4	2
$x^8 + 5x$	Binomio	x^8 ; $5x$	8
$8 - x + x^2 - \frac{1}{2}x^3$	Cuatrinomio	8 ; $-x$; x^2 ; $-\frac{1}{2}x^3$	3
$5x + 1$	Binomio	$5x$; 1	1
$9x^5$	Monomio	$9x^5$	5
6	Monomio	6	0

Suma y resta de polinomios

Para sumar y restar polinomios se combinan los **términos semejantes**, esto es, se suman o restan los coeficientes de los términos semejantes y se conserva la misma parte literal. Para ello se utiliza, entre otras, la propiedad distributiva, por ejemplo:

$$5x^7 + 3x^7 = (5 + 3)x^7 = 8x^7$$

Al restar polinomios, si un signo menos precede a una expresión entre paréntesis, se debe aplicar la propiedad distributiva, cambiando el signo de cada término de la expresión:

$$-(b + c) = -b - c$$

Esto es un caso particular de la propiedad distributiva, tomando el factor común igual a -1 .

Ejercicio 5. Resuelva las siguientes sumas y restas.

a) $4a^2 - 3a^2 - 2a^2$

b) $-2b + 7b - 10b$

c) $3x - \frac{2}{5}x - \frac{1}{2}x$

d) $-a - (\frac{2}{3}a - a) + a^2$

e) $3a - 5b + 5a + 8b$

Ejercicio 6. Resuelva las siguientes multiplicaciones y divisiones.

a) $3a \cdot a \cdot a$

b) $(b^2)^3 \cdot (-b) \cdot (-b)$

c) $-100 \cdot a \div (-50 \cdot a)$

d) $\frac{1}{5} \cdot b^5 \div \frac{1}{3} \cdot b^2$

e) $x \cdot \frac{1}{4} \cdot x \cdot 4 \cdot x$

Factorización

En algunas ocasiones necesitamos escribir una expresión como el producto de dos o más expresiones más sencillas. A este proceso se lo denomina factorización. Por ejemplo,

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2).$$

Decimos que $(x - 2)$ y $(x + 2)$ son factores de $x^2 - 4$.

- El tipo más sencillo de factorización se presenta cuando los términos de una expresión tienen un **factor común**. Por ejemplo:

$$8x^4y^2 + 6x^3y^3 - 2xy^4 = 2xy^2(4x^3 + 3x^2y - y^2).$$

- En algunas expresiones algebraicas no existe un único factor común para todos los términos, pero es posible agrupar los términos de manera conveniente para encontrar factores comunes dentro de cada grupo. Este tipo de factorización se conoce como **factor común por grupos**. Por ejemplo, consideremos la expresión:

$$x^2 + ax + bx + ab$$

y agrupemos los términos de a dos para extraer el factor común de cada grupo:

$$x(x + a) + b(x + a).$$

Ahora $(x + a)$ es un factor común de ambos términos y podemos extraerlo de tal manera que, factorizando, nos queda:

$$(x + a)(x + b).$$

- Si identificamos una resta entre dos cuadrados perfectos se puede factorizar aplicando una **diferencia de cuadrados**, es decir, factorizamos como el producto de la **diferencia** y la **suma** de sus raíces cuadradas. Por ejemplo:

$$(xy)^2 - b^2 = (xy - b)(xy + b).$$

Ejercicio 7. Factorice las siguientes expresiones algebraicas utilizando el procedimiento indicado en cada caso.

Factor Común

$$\text{a) } ax^2 + bx + cx^3 \qquad \text{b) } \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{10}x^3 + \frac{3}{6}x^4 \qquad \text{c) } \frac{5}{2}t^2 + \frac{15}{4}t^3 - \frac{25}{8}t^4$$

Factor Común por Grupos

$$\text{a) } 8x^3 - 4x^2 + 14x - 7 \qquad \text{b) } x^6 + 11x^5 + x^4 + 11x^3 + x^2 + 11x$$

$$\text{c) } 30x^5 - 15x^4 + 14x^3 - 7x^2 + 11x - 5,5$$

Diferencia de Cuadrados

$$\text{a) } 25 - x^2$$

$$\text{b) } \frac{1}{49} - x^2$$

$$\text{c) } 100x^2 - 81$$

$$\text{d) } x^6 - 4x^2$$

Ejercicio 8. Factorice las siguientes expresiones combinando los casos anteriores.

$$\text{a) } x^3 + 7x^2 + 7x + 49$$

$$\text{b) } 8x^3 - x^5$$

$$\text{c) } x^4 - 3x^3 + 12x - 16$$

Ejercicio 9. Simplifique las siguientes expresiones algebraicas hasta obtener la expresión irreducible (siempre que sea posible) e **indique** su solución uniendo con flechas.

$$\text{a) } \frac{x^2 - 49}{x - 7}$$

$$(x - 5)$$

$$x$$

$$\text{b) } \frac{x - 5}{x^2 - 10x + 25}$$

$$x^2(x + 2)$$

$$\frac{1}{xy}$$

$$\text{c) } \frac{x^3(x+2)^2}{x^2+2x}$$

$$x + 7$$

$$x^2 + 2x$$

$$\text{d) } \frac{x^3 + x^2 + x}{5x^2 + 5x + 5}$$

$$x - 7$$

$$\frac{x}{5}$$

$$\text{e) } \frac{xy(x+1)}{x^3y^2 + x^2y^2}$$

$$\frac{1}{(x-5)}$$

$$\frac{x+1}{x^2y+xy}$$

Ejercicio 10. Resuelva las operaciones combinadas en las siguientes expresiones algebraicas e **indique** su solución uniendo con flechas.

$$\text{a) } \frac{2(x+3)}{x^2+2x-3} + \frac{x+3}{x^2+4x+3}$$

$$\frac{9}{x+3}$$

$$\frac{3x+1}{(x-1)(x+3)}$$

b) $\frac{x}{x^2-1} \cdot \frac{x^3-1}{2x^2}$

$$\frac{x^2+x+1}{2x^2+2x}$$

$$\frac{3x+2}{x^2}$$

c) $3 - x + \frac{x^2}{x+3}$

$$\frac{-3x-2}{(x+1)x^2}$$

$$\frac{2x^2+9}{x+3}$$

Respuestas

Ejercicio 1.

- a) El doble de un número más su cuadrado: $2x + x^2$.
- b) Un múltiplo de 3 menos 1: $3x - 1$.
- c) 4 veces un número menos sus dos terceras partes: $4x - 2/3x$.
- d) El 20% de un número: $0,2x$.
- e) Un número par: $2x$.
- f) Un número impar: $2x + 1$.
- g) El cuadrado de un número aumentado en 1: $x^2 + 1$.

Ejercicio 2.

- a) $3/5x - 1$
- b) $x + (x + 1) + (x + 2) = 3x + 3$
- c) $3x + 6x$
- d) $x(x + 1)$
- e) $2x + 3$

Ejercicio 3.

- a) $x + 1/2y$
- b) $(x + y)^2$
- c) $x^2 + y^2$
- d) $x^2 - y^2$
- e) $2xy$

Ejercicio 4.

a) $y = 1/2x$

b) $y = x - 20$

c) $y = 3/4x$

d) $y = 0,8x$

e) xy

f) $2x + 2y$

Ejercicio 5.

a) $-a^2$

b) $-5b$

c) $\frac{21}{10}x$

d) $-\frac{2}{3}a + a^2$

e) $8a + 3b$

Ejercicio 6.

a) $3a^3$

b) b^8

c) 2

d) $\frac{3}{5}b^3$

e) x^3

Ejercicio 7.*Factor Común*

a) $x(ax + b + cx^2)$

b) $\frac{1}{2}x^2(1 + x + x^2)$

c) $\frac{5}{2}t^2\left(1 + \frac{3}{2}t - \frac{5}{4}t^2\right)$

Factor Común por Grupo

a) $(2x - 1)(4x^2 + 7)$

b) $x(x^4 + x^2 + 1)(x + 11)$

c) $(2x - 1)(15x^4 + 7x^2 + 5, 5)$

Diferencia de Cuadrados

a) $(5 + x)(5 - x)$

b) $\left(\frac{1}{7} - x\right)\left(\frac{1}{7} + x\right)$

c) $(10x - 9)(10x + 9)$

d) $(x^3 - 2x)(x^3 + 2x)$

Ejercicio 8.

a) $(x + 7)(x^2 + 7)$

b) $x^3(\sqrt{8} - x)(\sqrt{8} + x)$

c) $(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4 - 3x)$

Ejercicio 9.

a) $x + 7$

b) $\frac{1}{x-5}$

c) $x + 2$

d) $\frac{x}{5}$

e) $\frac{1}{xy}$

Ejercicio 10.

a) $\frac{3x+1}{x^2-1}$

b) $\frac{x^2+x+1}{2x^2+2x}$

c) $\frac{9}{x+3}$

Unidad 3: Resolución de problemas

Porcentaje

Un porcentaje expresa una cantidad como una parte de 100. Se representa mediante el símbolo % que se lee “por ciento”. Por ejemplo, $25\% = \frac{25}{100} = 0,25$. Esto significa que 25 de cada 100 corresponden a la cantidad considerada.

Para calcular el $p\%$ de una cantidad C , podemos utilizar: $\frac{p}{100} \cdot C$. Por ejemplo, si queremos calcular el 25% de 3.200 es:

$$\frac{25}{100} \cdot 3.200 = 800.$$

Proporcionalidad

La regla de tres simple permite calcular una cantidad desconocida cuando conocemos tres cantidades relacionadas mediante una relación de proporcionalidad. Se utiliza cuando dos magnitudes mantienen una relación directamente proporcional o inversamente proporcional.

- Proporcionalidad directa: Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando, al aumentar una de ellas, la otra aumenta en la misma proporción; y cuando una disminuye, la otra también disminuye en la misma proporción.
Por ejemplo, si 1 kg de un producto cuesta \$800 y para saber cuánto cuesta 2,5 kg realizamos el siguiente esquema:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ kg} \rightarrow \$800 \\ 2,5 \text{ kg} \rightarrow \$x \end{array}$$

$$\text{Luego, } x = \frac{2,5 \text{ kg} \cdot \$800}{1 \text{ kg}} = \$2.000.$$

- Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando, al aumentar una de ellas, la otra disminuye de manera que el producto de ambas permanece constante.
Por ejemplo, si una tarea puede realizarse en 6 horas trabajando 4 personas, y todas trabajan al mismo ritmo, al aumentar el número de personas disminuye el tiempo necesario.

$$\begin{array}{l} 6 \text{ h} \rightarrow 4 \text{ personas} \\ x \text{ h} \rightarrow 8 \text{ personas} \end{array}$$

$$\text{Luego, } x = \frac{4 \cdot 6 \text{ h}}{8} = 3 \text{ horas.}$$

Ejercicio 1. Un animal vacuno tiene un peso total de 640 kg. La carne que se puede extraer para consumo de ese animal pesa 480 kg. ¿Qué porcentaje del total del peso del animal representa la carne que se puede extraer para consumo?

Ejercicio 2. Por comprar en cuotas un electrodoméstico me han realizado un recargo del 20% y tuve que pagar \$2.400 más que el precio original. ¿Cuál era el precio original?

Ejercicio 3. Una botella de 700 ml de cierta loción tiene una etiqueta que indica su composición en fracciones del volumen total. Alcohol: $\frac{1}{5}$, agente activo: $\frac{1}{10}$, estabilizante: $\frac{2}{7}$, conservador: $\frac{1}{4}$ y agua: cantidad necesaria para completar el volumen. ¿Cuántos mililitros de cada componente tiene la loción? ¿Cuál de ellos se utiliza en mayor cantidad?

Ejercicio 4. En una bodega se van a embotellar 2.700 litros de vino en botellas de $\frac{3}{4}$ litros. ¿Cuántas botellas se necesitan?

Ejercicio 5. En el Hospital de Santa Rosa, están llevando una estadística acerca de la procedencia de los pacientes que llegan a la guardia. Las dos terceras partes de los 36 pacientes que llegaron a la guardia el último domingo provenían de esa ciudad; la cuarta parte de los restantes provenían de municipios vecinos; y los demás, de otros municipios. Calcule el porcentaje de pacientes que llegaron a la guardia ese domingo que provenía de esa ciudad; de municipios vecinos; y de otros municipios. ¿Cuántos pacientes provenían de esa ciudad? ¿Y cuántos de municipios vecinos?

Ejercicio 6. Calcule:

a) El 25% de 3.200.

b) El 80% de 2.600.

c) El 120% de 5.000.

d) El 200% de 4.300.

e) El 5% del 20% de 8.000.

f) El 20% del 5% de 8.000.

g) **Compare** los resultados hallados en e) y f) y **elabore** una conclusión.

Ejercicio 7. En una compra de fertilizantes por \$80.000 un proveedor me ofrece un descuento del 20% mientras que otro me ofrece un 18% y luego un 2% más sobre el importe que quedó al aplicar el 18%. **Calcule** el importe a pagar en cada caso y **elabore** una conclusión al respecto.

Ejercicio 8. Siendo la tasa del IVA del 21% **calcule** el importe sin IVA de los siguientes precios:

a) \$50,40

b) \$837,25

c) \$3.948

Ejercicio 9. Calcule el importe abonado en concepto de IVA en cada uno de los casos del inciso anterior.

Ejercicio 10. Al cierre de cotización del dólar estadounidense se observa un alza de \$5,8, alcanzando los \$137,30 por dólar.

- a) ¿Cuál fue el porcentaje de incremento en el día?
- b) ¿Qué porcentaje de la cotización final representa el incremento?
- c) ¿Cuál debería ser el porcentaje a la baja para volver a la cotización del día de ayer?
- d) ¿En cuánto hubiera cerrado si el alza hubiera sido de un 15%?
- e) ¿Cuál sería el porcentaje de variación si al próximo cierre quedará en \$130/dólar?

Ejercicio 11. Se sabe que por la compra de insumos para la siembra se ha pagado un total de \$220.000 en concepto de IVA siendo la tasa del 21%, **calcule** el importe total desembolsado en la adquisición.

Respuestas

Ejercicio 1. El 75% de la carne se puede extraer para el consumo.

Ejercicio 2. El precio original es de \$12.000.

Ejercicio 3. Hay 140 ml de alcohol, 70 ml de agente activo, 200 ml de estabilizante, 175 ml de conservador y 115 ml de agua. Se utiliza mayor cantidad de estabilizante.

Ejercicio 4. Se necesitan 3.600 botellas.

Ejercicio 5. El 66.67% de los pacientes provenían de Santa Rosa, el 8,33% de municipios vecinos y el 25% de otros municipios. Provenían 24 pacientes de Santa Rosa y 3 de municipios vecinos, y 9 de otros municipios.

Ejercicio 6.

- | | | |
|----------|----------|----------|
| a) 800 | b) 2.080 | c) 6.000 |
| d) 8.600 | e) 80 | f) 80 |

g) Si bien el orden del procedimiento varía, las operaciones que intervienen son las mismas.

Ejercicio 7. El precio final aplicando el descuento del primer proveedor es de \$64.000 y aplicando el descuento del segundo proveedor es de \$64.288. Por lo tanto, conviene realizar la compra al primer proveedor.

Ejercicio 8.

- | | | |
|------------|-------------|---------------|
| a) \$41,65 | b) \$691,94 | c) \$3.262,81 |
|------------|-------------|---------------|

Ejercicio 9.

- a) \$8,75 b) \$145,31 c) \$685,19

Ejercicio 10.

- a) El porcentaje de incremento en el día fue del 4, 41%.
- b) El incremento de cotización final representa el 4, 22%.
- c) El porcentaje debería ser de 4, 22%.
- d) Hubiera cerrado en \$151, 225.
- e) El porcentaje de variación sería de 5, 3168%.

Ejercicio 11. El importe total desembolsado es de \$1.267.619,05.

Ejercicio 12.

- a) 6.142,86 litros se obtienen por día.
- b) 90% es el porcentaje que representa los litros diarios vendidos de la producción total.
- c) La cantidad de litros destinados a la venta diaria son 5.528,57.
- d) La cantidad de litros que se desperdician por día son 184,29.
- e) 195 litros se desperdiciaron hoy si la producción fue de 6.500 litros.

Bibliografía

Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2012). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo. Sexta edición*. Cengage Learning.